

1. 次の1階微分方程式の一般解を求めること。

(1) $\frac{dy}{dx} = x(2-y)$ (2) $(x+y) + (x-y)\frac{dy}{dx} = 0$ (3) $y' - \frac{2xy}{x^2+1} = 4x$

(4) $y' + \frac{y}{x} = 3\sqrt{x}$

2. 次の2階微分方程式の一般解を求めること。

(1) $y'' - y' = \frac{e^x}{1+e^x}$ (2) $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{\sqrt{x}}$ (3) $y'' - 4y' + 4y = \frac{xe^{2x}}{x^2+1}$

(4) $y'' + 6y' + 9y = 12x^2e^{-3x} \log x$

3. 磁場中での荷電粒子の運動について、次の問題を解きなさい。

$x-y$ 平面上で運動する電荷 q クーロン($q > 0$)の荷電粒子の位置座標および速度成分をそれぞれ (x, y) および (v_x, v_y) とする。 z 軸方向を向く磁場 B が存在するとき、荷電粒子の運動は次の連立微分方程式で与えられる。この微分方程式を指定された初期条件の下で解き、どのような運動を行うか説明しなさい。

(1) $m \frac{dv_x}{dt} = qv_y B$ (2) $m \frac{dv_y}{dt} = -qv_x B$ (3) $\frac{dx}{dt} = v_x$ (4) $\frac{dy}{dt} = v_y$

初期条件 $t = 0$ で $v_x = 0$ $v_y = v_0$ および $x = -a$ ($a > 0$) $y = 0$

ヒント：先に(1)と(2)を連立させて、 v_x と v_y を時間の関数として求め、次にその解を用いて(3)および(4)から x と y を時間の関数として求める。運動の軌跡を求めるために、 x と y との関係を、 t を消去することで求める。